

# MATIÈRE DU COURS D'ALGÈBRE ET D'ANALYSE

---

Titulaire : A.M. Tilkin

8h/semaine

## 1) MATIÈRE DE 4<sup>e</sup> ANNEE

### a) ALGÈBRE

- Rappels algébriques concernant la résolution d'équations et d'inéquations (fractionnaires et autres) du premier degré ou réductibles au premier degré.
- Rappels concernant les produits remarquables et extension au troisième degré.
- Rappels concernant la manipulation des puissances.
- Définition et propriétés de la racine carrée. Racines de l'équation  $x^2=a$ . Applications diverses.
- Définition et propriétés de la racine cubique. Applications.
- Généralisation aux radicaux d'indice  $n$ . Définition et propriétés de la racine  $n$ ème. Applications diverses. Utilisation de la calculatrice.
- Rappels concernant la division des polynômes (division générale, division par  $(x-a)$  avec la grille de Horner).
- Division par  $(x-a).(x-b).(x-c)$ . Applications.
- Simplifications de fractions, factorisation de polynômes et résolutions d'équations.
- Utilisation de la méthode des coefficients indéterminés dans différents types d'exercices.
- Résolution d'équations du second degré complètes (démonstration de la méthode générale) et incomplètes
- Interprétation graphique des solutions
- Equations bicarrées (définition, propriété des solutions et exercices)
- Equations fractionnaires (définition, conditions d'existence et exercices)
- Résolution de problèmes conduisant à une équation du second degré.
- Produit et somme des racines éventuelles d'une équation du second degré et applications.
- Interprétation graphique des solutions d'une telle équation.
- Rappels sur les différentes méthodes de factorisation et factorisation du trinôme du second degré et applications.
- Rappels sur le signe d'un binôme du premier degré et signe d'un trinôme du second degré.
- Résolution algébrique et graphique d'une inéquation du second degré.
- Résolution d'inéquations fractionnaires.
- Détermination de domaine de fonctions irrationnelles.

### b) ANALYSE

Introduction à l'étude des fonctions

- Rappels succincts sur les définitions et propriétés concernant les fonctions.
- Etude des fonctions associées  $f(cx)$ ,  $cf(x)$ ,  $f(x+c)$  et  $f(x)+c$  (définitions et propriétés). Application aux fonctions du premier degré et du second degré.
- Applications (représentations graphiques).
- Simultanément, gros plan sur la fonction du second degré et du premier degré et généralisation de celles-ci.
- Propriétés graphiques de la parabole (sommet, axe de symétrie).

- Les zéros d'une fonction et applications.
- Mise en place des tableaux de signes d'une expression du premier degré et du second degré.
- Recherche de domaines de fonctions réelles (applications).

## 2) MATIERE DE 5ème ANNEE (mathématiques 6h semaine) :

### a) ALGEBRE

- Discussions des équations paramétriques (à un, deux et trois paramètres réels). Algorithme de résolution.
- Résolution et discussions d'inéquations paramétriques. Algorithme de résolution.
- Résolution et discussions d'équations paramétriques du second degré.
- Résolutions d'équations trinômes, binômes et réciproques (+ propriétés concernant les solutions d'une telle équation).
- Résolution d'équations irrationnelles (simples et doubles).
- Résolution d'équations réciproques.
- Résolution d'équations du premier degré à deux inconnues ainsi que de systèmes. Paramétriques ou non.
- Résolution d'inéquations du premier degré à deux inconnues ainsi que de systèmes. Paramétriques ou non.
- La valeur absolue (définition, propriétés et inégalités).
- Mise en place des principes d'équivalence permettant de résoudre une équation et une inéquation contenant des expressions de l'inconnue sous une valeur absolue. Résolution de telles équations et inéquations.
- Interprétation graphique des ensembles solution.
- Résolutions d'inéquations irrationnelles et autres
- Rappels concernant la résolution d'équations et inéquations trigonométriques. Rappels trigonométriques (les angles associés etc....).
- Les suites de nombres : Introduction aux suites de nombres quelconques avec de petits exemples ludiques. Résolution de problèmes.
- La suite de Fibonacci et le nombre d'or.
- Définition d'une suite arithmétique et géométrique.
- Propriétés et formules.
- Applications des formules.
- Résolution de problèmes menant à une suite de nombres, ces problèmes peuvent être de types économique, ludique, géométrique etc...
- Les suites infinies.

### b) ANALYSE

- Le domaine de définition d'une fonction :
  - Définition du domaine de définition d'une fonction et recherche de celui-ci pour des fonctions algébriques (irrationnelles ou non) mais aussi trigonométriques.
- La théorie des limites :
  - Introduction de la notion de limite d'une fonction.
  - Définitions des limites et critères en  $\epsilon$ ,  $\eta$ .
  - Limites en un point, finies et infinies.
  - Limites en l'infini.
  - Limites à gauche et à droite (+ interprétation graphique).
  - Limites de fonctions rationnelles, irrationnelles.

- Règles de calcul des limites.
- Différents cas d'indétermination.
- Interprétation graphique des limites.
- Utilisation de la calculatrice graphique.
- La continuité :
  - Introduction aux fonctions (dis)continues.
  - Définition et propriétés. Théorème des valeurs intermédiaires.
  - Applications avec les fonctions  $E(x)$ ,  $D(x)$  ainsi que les fonctions définies par parties.
- Les asymptotes :
  - Introduction et motivation pour l'étude des asymptotes.
  - Définition d'une asymptote. Interprétation graphique.
  - Formules permettant de déterminer une asymptote horizontale, verticale et oblique. Propriété.
  - Recherche d'asymptotes et représentation graphique de la situation (interprétation des solutions des limites).
- Les dérivées et leurs applications :
  - Introduction aux dérivées et motivations.
  - Définition du nombre dérivé en relation avec le coefficient angulaire de la tangente.
  - Démonstrations de quelques formules de fonctions dérivées concernant par exemple les fonctions trigonométriques.
  - Dérivée d'une somme (d'une différence), d'un produit et d'un quotient de deux fonctions.
  - Dérivée d'une fonction de fonction.
  - Application des formules de dérivation.
  - Démonstration de quelques propriétés (lien entre dérivabilité et continuité, approximation de la valeur d'une fonction, équation de la tangente en un point de la fonction).
  - Interprétation cinématique et économique de la dérivée.
  - Calculs de dérivées de fonctions algébrique et trigonométrique (démonstrations des formules).
  - Dérivée première et variations de la fonction (croissance, décroissance, extrema et tangentes).
  - Dérivée seconde, concavités et point d'inflexion.
  - Fonction non dérivable ; Points d'arrêt, de rebroussement et anguleux.
  - Applications (interprétation de tableaux de signes de  $f'(x)$  et  $f''(x)$ ).
  - Représentation graphique de fonctions algébrique et trigonométrique.
  - Utilisation de la calculatrice graphique pour illustrer ce chapitre.
  - Représentation graphique d'une fonction (ses zéros etc.), de sa dérivée première (les tangentes etc.) et de sa dérivée seconde. Interprétation des résultats par superposition des différents graphiques.
  - Problèmes d'optimisation (problèmes géométriques, économiques, numériques, physiques etc.).

## c) MATIERE DE 6ème ANNEE (mathématiques 6h semaine) - ANALYSE

- La réciproque d'une fonction et les fonctions cyclométriques :
  - Rappel des termes fonction, injection, surjection et bijection.
  - Introduction par un exemple pratique. Définition et propriétés algébriques et graphique.
  - Domaine et image de la réciproque. Restriction pour obtenir une fonction réciproque.
  - Dérivées de fonctions réciproques.
  - Applications.
  - Fonctions cyclométriques. Définitions, propriétés et graphiques de  $\text{Arcsin}(x)$ ,  $\text{Arcos}(x)$ ,  $\text{Arctg}(x)$  et  $\text{Arccotg}(x)$ .
  - Démonstration des formules de dérivation.
- Les primitives :
  - Introduction et définition d'une primitive d'une fonction.
  - Propriétés.
  - Règles de calcul.
  - Primitives de fonction de fonction.
  - Méthode de primitivation (par parties, par substitution, par changement de variable trigonométrique ou non etc...).
  - Rappels des formules de trigonométrie (Simpson, Carnot, etc....permettant de calculer des primitives de fonctions trigonométriques.
  - Calcul de primitives de fonction irrationnelles.
  - Décomposition en fractions simples et utilisation pour le calcul de certaines primitives.
  - Récapitulatif des différentes méthodes nécessaires pour calculer la primitive d'une fonction fractionnaire rationnelle.
  - Mise en place de la formule permettant de calculer la primitive de  $1/(t^2+1)^n$ .
  - Synthèse générale.
- Les fonctions logarithmiques et exponentielles :
  - Introduction aux fonctions logarithmiques. Fonctions logarithmes népérienne et en base a.
  - Motivation, définitions, propriétés et graphiques.
  - Démonstrations de certaines des propriétés.
  - Introduction aux fonctions exponentielles. Fonctions exponentielles népérienne et en base a.
  - Motivation, définitions, propriétés et graphiques.
  - Démonstrations de certaines de ces propriétés.
  - Lien entre ces deux nouvelles fonctions (fonctions réciproques et propriétés en découlant).
  - Applications : Résolutions d'équations et inéquations exponentielles et logarithmiques.
  - Etudes de fonctions exponentielles et logarithmiques.
  - Primitivation de fonctions exponentielles et logarithmiques.
- Le calcul intégral :
  - Introduction au calcul intégral.
  - Lien entre primitives et intégrales, théorème fondamental du calcul intégral. Développements théoriques.

- Quelques propriétés.
- Calcul intégral : applications avec résolution immédiate et méthodes d'intégration.
- Calcul d'aires de surface plane (introduction et applications).
- Calcul de volumes de révolution (introduction et applications).

### REMARQUE

La matière est étayée par la résolution d'exercices posés aux examens d'admission aux études d'ingénieur civil de l'Université de Liège.

Les trois dernières semaines de l'année scolaire sont consacrées à la résolution des questions posées lors de ces cinq dernières années aux examens d'admission aux études d'ingénieur civil de l'U.L.G. en analyse et en algèbre.

En parallèle, les questionnaires d'autres types d'examens d'entrée, comme ceux de l'Ecole Militaire Royale par exemple, sont aussi résolus.